Thermodynamique | Chapitre 4 | TD (θ4)

Données pour l'ensemble du TD (avec S_0 une constante) :
- Entropie d'un GP : $S = S_0 + C_V\,(\ln(P) + \gamma \ln(V))$
- Entropie d'une PCII : $S = S_0 + C \ln(T)$

Exercice n°1 • Compressions d'un gaz parfait *cours*

Suite du TD θ2

On considère n moles de GP dans une enceinte de surface S, en équilibre avec l'atmosphère à la pression P_0 et à la température T_0. La hauteur h de l'enceinte est contrôlée par un piston sans masse et libre de se déplacer sans frottement.

On considère deux compressions, une brutale et une lente. Dans les deux cas, une masse totale M est posée sur le piston. On pose : $x = \dfrac{Mg}{SP_0}$.

On a montré que :

$$T_f = T_0 \qquad P_f = P_0\,(1+x) \qquad V_f = \frac{V}{1+x} \qquad \Delta U = 0 = W + Q$$

[1] Compression brutale

On pose sur le piston directement une masse M. On a montré que (compression monobare et monotherme) : $W_1 = nRT_0\,x$

[2] Compression lente

On pose sur le piston une succession de masses δm infinitésimales, jusqu'à atteindre une masse totale M, avec équilibre thermodynamique entre deux ajouts. On a montré que (compression isotherme) : $W_2 = nRT_0 \ln(1+x)$

Pour chaque transformation, déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée. Conclure.

Exercice n°2 • Détente de Joule-Gay-Lussac *cours*

Suite du TD θ3

On considère une enceinte aux parois rigides et calorifugées, divisée en deux compartiments de volume V_0 identique. L'un des compartiment contient n moles de gaz parfait à la température T_0, l'autre est entièrement vide. À l'instant $t = 0$, on ouvre le robinet reliant les deux compartiments. On suppose que cette action s'effectue sans travail fourni au gaz.

On a montré que : $W = Q = 0$ et $\Delta T = 0$.

Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée pour cette transformation. Conclure.

Exercice n°3 • Mélange de gaz parfaits *cours*

On considère deux gaz parfaits monoatomiques identiques (même P, T, V, n) situés dans deux enceintes séparées par une paroi. L'ensemble est situé dans une enceinte calorifugée et immobile. On retire la paroi.

Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée. Conclure.

Exercice n°4 • Transformation d'un gaz parfait *cours*

Un réservoir contient un volume V_0 d'un GP de coefficient γ à une température T_0 et une pression P_0. On réalise les transformations suivantes :
- un échauffement isochore jusqu'à la température T_1. Cette transformation a lieu en contact avec un thermostat à la température T_0.
- une détente adiabatique réversible jusqu'à la température T_0.
- une compression isotherme réversible pour revenir à l'état initial.

1) Représenter le cycle réalisé dans le diagramme de Clapeyron.

2) Préciser pour chaque transformation le travail échangé, le transfert thermique et la variation d'énergie interne du gaz parfait en fonction des seules données C_V, T_0 et T_1.

3) Pour chaque transformation, calculer la variation d'entropie ainsi que les entropies créée et échangée.

4) Ce cycle peut-il servir de moteur et/ou de récepteur (quitte à inverser le sens de parcours du cycle) ?

Exercice n°5 • Vaporisation d'une masse d'eau *cours*

Un cylindre fermé par un piston mobile contient $m = 1$ g d'eau liquide à $T_0 = 100$ °C sous $P_0 = 1,0$ bar. L'ensemble est en contact avec un thermostat à T_0. On tire le piston lentement jusqu'à ce que la dernière goutte de liquide soit vaporisée.

Donnée :
- Enthalpie massique de vaporisation de l'eau à T_0 : $\ell_{vap} = 2,25 \cdot 10^3$ kJ·kg^{-1}

- Masse molaire de l'eau : $M_{\mathrm{H_2O}} = 18$ g·mol^{-1}

1) Calculer le volume final V_1 du cylindre en considérant la vapeur sèche obtenue comme un gaz parfait.

2) Représenter l'évolution sur un diagramme de Clapeyron.

3) Exprimer puis calculer le transfert thermique Q.

4) Exprimer puis calculer la variation d'entropie de l'eau, l'entropie échangée et l'entropie créée.

Exercice n°6 • Évolutions adiabatiques ★☆☆

Un cylindre parfaitement calorifugé, muni d'un piston mobile sans frottement, également calorifugé, contient un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1,4$). Initialement, la pression du gaz à l'intérieur du cylindre est $P_0 = 0,5$ bar, le volume $V_0 = 1,0$ L et la température $T_0 = 298$ K. La pression extérieure est $P_{ext} = 1,0$ bar.

On amène le gaz de façon réversible à la pression $P_1 = P_{ext}$.

1) Calculer le volume V_1 et la température T_1 à l'état final.

2) Calculer la création d'entropie au cours de la transformation.

En partant du même état initial (0) que précédemment, on abandonne le piston et on laisse l'équilibre s'établir.

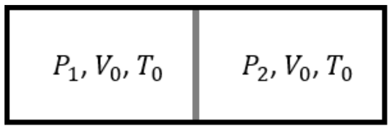
3) Quelle est la nature de la transformation ?

4) Calculer le volume V_2 et la température T_2 à l'état final.

5) Calculer la création d'entropie au cours de la transformation.

Exercice n°7 • Cylindre séparé en deux compartiments ★⯪☆

Un cylindre rigide à parois adiabatiques est divisé en deux parties de même volume $V_0 = 25$ L par un piston diathermane (perméable aux échanges thermiques), de capacité thermique négligeable, initialement bloqué. Les deux compartiments contiennent le même gaz parfait à la température $T_0 = 300$ K et aux pressions respectives $P_1 = 1,0$ bar et $P_2 = 3,0$ bar.



État initial

État final

On libère le piston qui se déplace en translation sans frotter et finit par s'immobiliser dans une nouvelle position d'équilibre.

1) Déterminer les expressions des volumes, pressions et températures de chacun des compartiments à l'état final.

2) En déduire la variation d'entropie de chacun des gaz puis l'entropie créée au cours de cette évolution. Vérifier son signe.

Exercice n°8 • Variation d'entropie lors d'une congélation ★★☆

Que vaut la variation d'entropie lorsque l'on congèle un kilogramme d'aliments dans un congélateur? Quelle est l'entropie créée?

<u>Données</u> :

- Température extérieure $T_e = 20$ °C
- Température intérieure $T_i = -18$ °C
- Capacité thermique massique des aliments décongelés : $c_d = 3,6$ kJ·K^{-1}·kg^{-1}
- Capacité thermique massique des aliments congelés : $c_c = 1,5$ kJ·K^{-1}·kg^{-1}
- Enthalpie massique de fusion des aliments : $\ell_{fus} = 250$ kJ·kg^{-1}

Exercice n°9 • Transformations couplées ★★☆

Un récipient de volume total fixe $V = 2V_0 = 20$ L est divisé en deux compartiments par une membrane mobile (de surface S) pouvant se déplacer sans frottement. Les parois ainsi que la membrane sont calorifugées. Initialement, l'air (modélisé par un gaz parfait diatomique $\gamma = 1,4$) contenu dans chacun des compartiments de volume V_0 est à la température $T_0 = 300$ K et à la pression ${}_0 = 1$ bar, l'air extérieur au récipient étant à T_0.

À l'intérieur du compartiment A se trouve une résistance $R = 10\,\Omega$. Cette résistance est parcourue par un courant continu $I = 1$ A. On arrête le courant après une durée τ, dès que la pression dans le compartiment de A vaut $P_A = 2P_0$. Les transformations sont supposées être lentes.

1) Quelle est la nature de la transformation subit par le gaz du compartiment B ? En déduire la pression P_B, température T_B et volume V_B dans le compartiment B à la fin de l'expérience.

2) Déterminer le volume final V_A et la température finale T_A dans le compartiment A.

3) Déterminer le travail W_B des forces de pression a été reçu par le gaz du compartiment B. EN déduire W_A, celui reçu par le gaz du compartiment de A.

4) Déterminer la durée τ du chauffage.

5) Réaliser un bilan d'entropie sur chaque système.

Exercice n°10 • Approche de la réversibilité ★★★

On étudie dans cet exercice la possibilité de rendre des transformations réversibles en les effectuant en un grand nombre d'étapes.

Réchauffement par un thermostat

On étudie l'évolution d'un corps de capacité thermique C, initialement à la température T_i en contact avec un thermostat à la température T_f. L'ensemble est isolé.

1) Déterminer l'entropie créée S_c en fonction de C, T_f et T_i.

On envisage maintenant d'amener le corps à la température T_f par équilibres thermiques successifs avec N thermostats aux températures T_n données par :

$$T_n = T_i \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{n/N} \qquad \text{avec :} \quad n = 1 \dots N$$

2) Quelle est l'entropie créée au cours de l'étape amenant la température du corps de n à $n+1$? En déduire l'entropie créée pour l'amener de T_i à T_f.

3) La transformation peut-elle être rendue réversible?

Détente de Joule et Gay-Lussac

4) Déterminer l'entropie créée lors de la détente de Joule et Gay-Lussac de n mole de gaz parfait d'un volume V_0 au volume $V_1 = 2V_0$.

5) Peut-on rendre la transformation réversible par une succession de détentes infinitésimales ?

Éléments de correction

❶ $S_{e1} = -nR\,x$, $S_{e2} = -nR \ln(1+x)$, $\Delta S = -nR \ln(1+x)$, $S_{c1} = nR\,(x - \ln(1+x))$ et $S_{c2} = 0$. ❷ $S_e = 0$ et $\Delta S = S_c = nR \ln(2)$. ❸ $S_e = 0$ et $\Delta S_{syst} = S_c = 2nR \ln(2)$. ❹ 2) $W_{01} = 0$, $\Delta U_{01} = Q_{01} = C_V\,(T_1 - T_0)$, $Q_{12} = 0$, $\Delta U_{12} = W_{12} = C_V\,(T_0 - T_1)$ et $W_{20} = -Q_{20} = -C_V T_0 \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)$. 3) $S_{c,01} = C_V \left[\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + 1 - \frac{T_1}{T_0}\right]$ et $S_{c,12} = S_{c,20} = 0$. 4) Récepteur uniquement. ❺ 1) $V_1 = 1,7$ L. 3) $Q = m\ell_{vap} = 2,25$ kJ. 4) $\Delta S = S_e = \frac{Q}{T_0} = 6,0$ J·K^{-1} et $S_c = 0$. ❻ 1) $V_1 = 0,61$ L et $T_1 = 363$ K. 2) $S_c = 0$. 3) Adiabatique et monobare. 4) $V_2 = 0,64$ L et $T_2 = 383$ K. 5) $S_c = 31$ mJ·K^{-1}. ❼ 1) $V_2 = 37,5$ L, $V_1 = 12,5$ L, $T_f = 300$ K et $P_f = 2$ bar. 2) $S_c = \Delta S_{syst} = -n_2 R \ln\left(\frac{2}{3}\right) - n_1 R \ln(2) = 4,4$ J·K$^{-1} > 0$. ❽ 1) $\Delta s_1 = c_d \ln\left(\frac{T_{fus}}{T_e}\right)$, $\Delta h_1 = c_d\,(T_{fus} - T_e)$, $\Delta s_2 = \frac{\Delta h_2}{T_{fus}}$, $\Delta h_2 = -\ell_{fus}$, $\Delta s_3 = c_c \ln\left(\frac{T_i}{T_{fus}}\right)$ et $\Delta h_3 = c_c\,(T_i - T_{fus})$. Alors : $\Delta S = m \sum \Delta s$ et $S_e = \frac{m \sum \Delta h}{T_i}$. ❾ 1) $P_B = 2$ bar, $V_B = 6,1$ L et $T_B = 366$ K. 2) $V_A = 13,9$ L et $T_A = 834$ K. 3) $W_B = -W_A = \frac{nR}{\gamma - 1}\,(T_B - T_0) = 550$ J. 4) $\tau = \frac{nR\,(T_A + T_B - 2T_0)}{RI^2\,(\gamma - 1)} = 500$ s. 5) $S_{e,B} = S_{c,B} = S_{e,A} = 0$ et $S_{c,A} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left[\ln\left(\frac{P_A}{P_0}\right) + \gamma \ln\left(\frac{V_A}{V_0}\right)\right]$. ❿ 1) $S_c = C\left(\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + \frac{T_i}{T_f} - 1\right)$. 2) $S_c = C\left(\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + N\left(\frac{T_i}{T_f}\right)^{1/N} - N\right)$. 3) $S_c \simeq \frac{C}{2N} \ln^2\left(\frac{T_i}{T_f}\right) \to 0$. Oui. 4) $S_c = nR \ln(2)$. 5) $S_c = nR \ln(2)$. Non.